光の気持ちになってみた
～光ファイバーと全反射とモードについて～

9期 機械システム分野卒
マッキー(@mmaakkyyii)

自己紹介

マッキー
(@mmaakkyyii)

- 9期 機械システム分野卒
- 東京工業大学 5類→電気電子系
- 東京工業大学大学院 修士2年←いまここ
  - 研究：半導体レーザについて
    - 光も半導体も良く分からん；；
- 好きなもの
  - 電子工作・ロボット・村川梨衣さん・河野ひよりさん
- 前回の発表 tofuConf#3 2018/11/3
  (NHK学生ロボコンの話など)

はじめに

高校のとき聞いてた光ファイバーの話と
勉強をして光ファイバーの中の光の気持ちが違うことが分かった

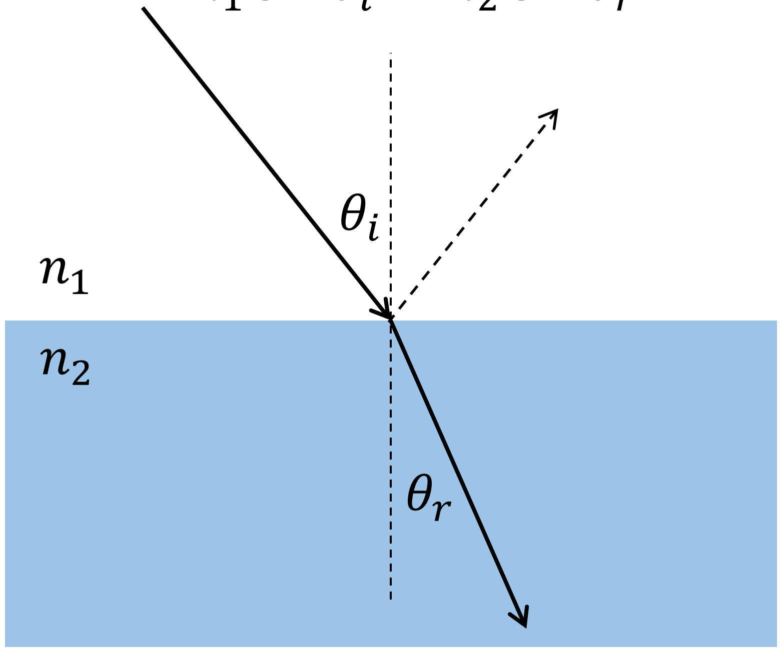
そのほか見どころ(?)など
・電磁気学で出てくるマクスウェル方程式の実用例を見せる

・微分方程式を実際に解いて使っているところを見せる

光の屈折ってなんだったっけ

屈折の法則

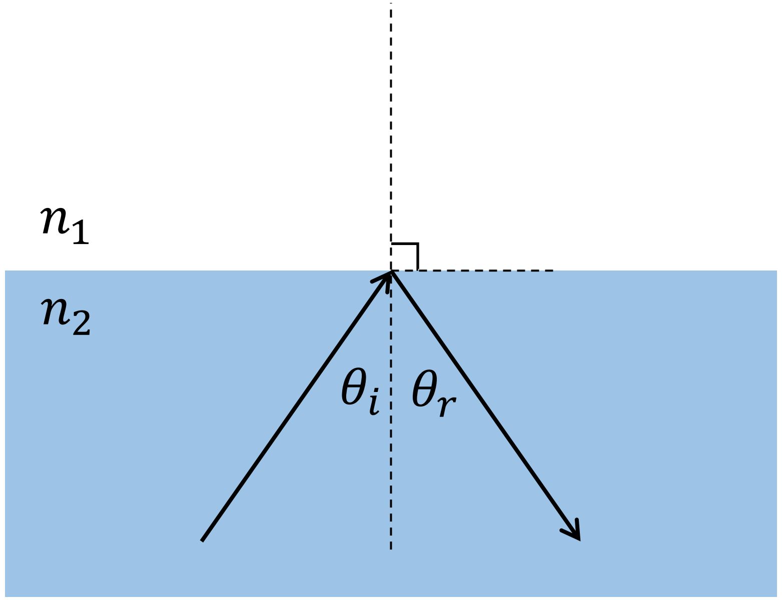
$$n_1 \sin\theta_i = n_2 \sin\theta_r$$



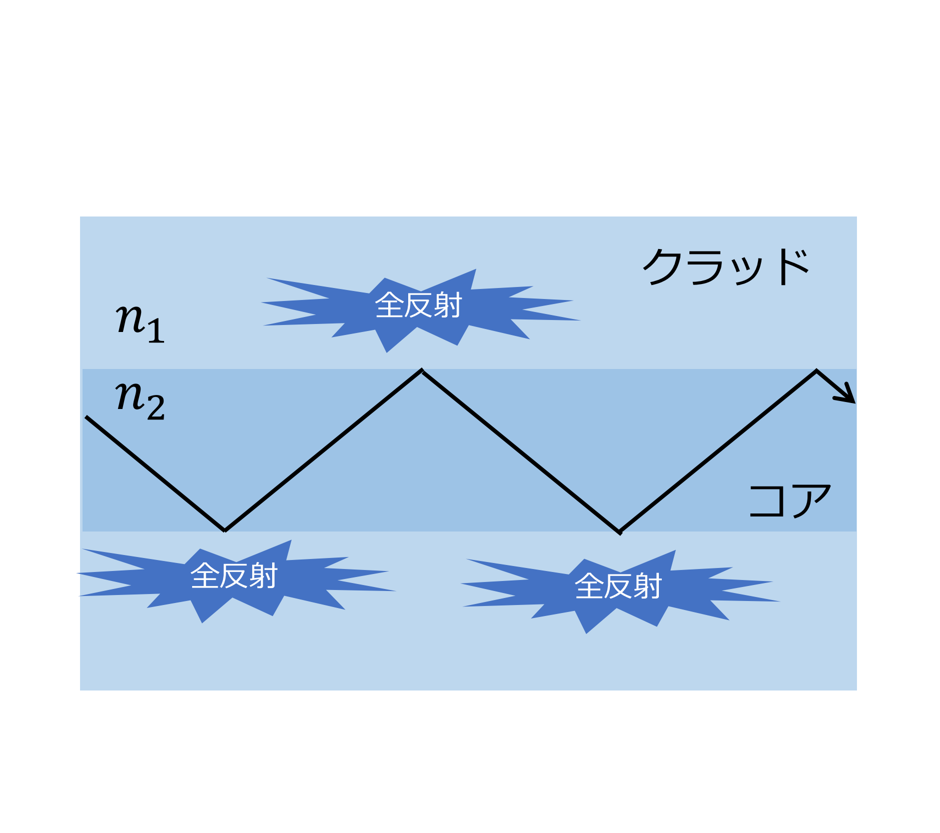
全反射

$$n_2 \sin\theta_i = n_1 \sin 90°$$

$$\sin\theta_1 > n_1/n_2$$



いつもの光ファイバーの説明



全反射によって光がファイバーの
外に出ていかない

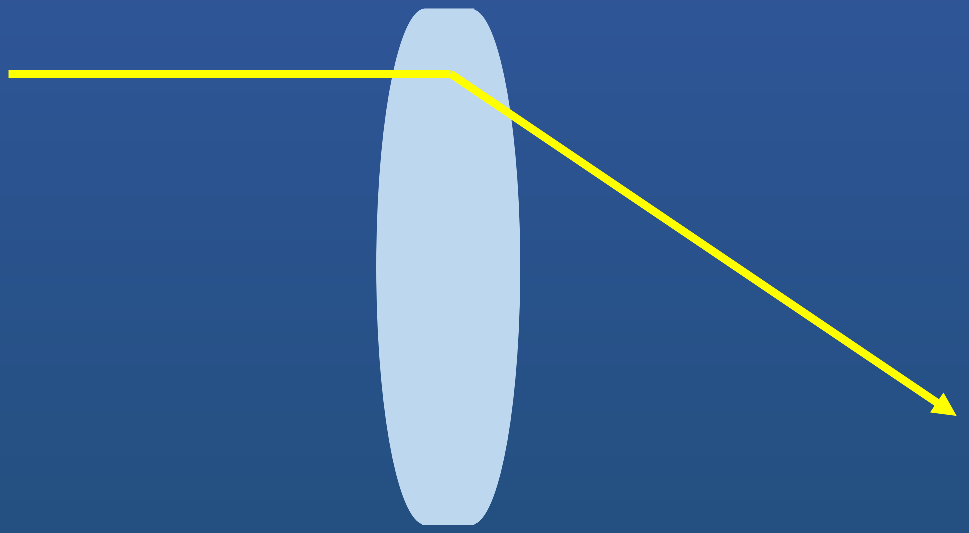
実はクラッド側に光が染み出ている

幾何光学っていうところの話だった

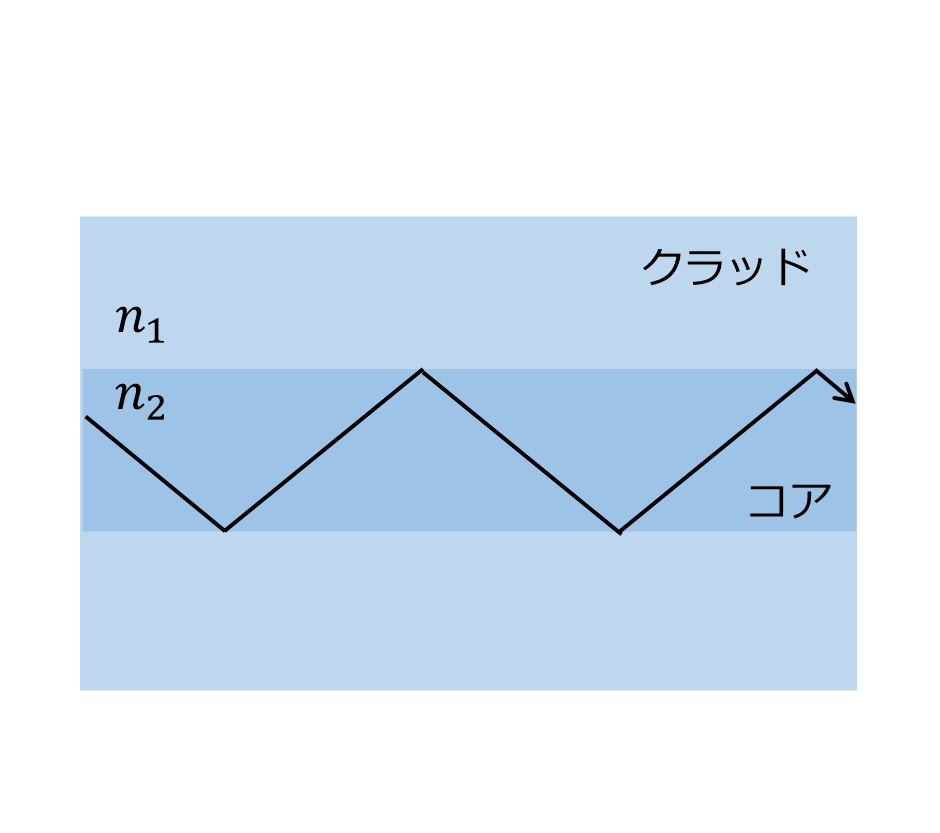
- **波長が小さい波**では回折が起こりにくくなるので線とみなせる

  注目している大きさより
  十分小さい波長

- レンズ設計などで利用されている



ちょっとした疑問(電磁気的な視点)



電磁波(光)である電界・磁界は境界でも連続じゃないのか？

電磁気学の問題として考えてみる

マクスウェル方程式(今回の前提の話)

電磁気の基本方程式から今回の条件に合わせていい感じの式に変形

マクスウェル方程式

$$\nabla \cdot \boldsymbol{H} = 0$$

$$\nabla \cdot \boldsymbol{E} = \frac{\rho}{\varepsilon}$$

$$\nabla \times \boldsymbol{E} = -\mu \frac{\partial \boldsymbol{H}}{\partial t}$$

$$\nabla \times \boldsymbol{H} = \varepsilon \frac{\partial \boldsymbol{E}}{\partial t} + \boldsymbol{j}$$

いくつかの仮定

$\boldsymbol{j} = \boldsymbol{0}$ (完全導体はない)

$\mu = \mu_0$ (通常磁性を持たない)

$\boldsymbol{E}(x, y, z, t) = \mathrm{Re}\{\boldsymbol{\mathcal{E}}(x, y, z)e^{j\omega t}\}$ (単一周波数ω)

マクスウェルの式(今回常に満たすべき式)

$$\nabla \times \boldsymbol{E} = -j\omega\mu_0\boldsymbol{H}$$

$$\nabla \times \boldsymbol{H} = j\omega\varepsilon\boldsymbol{E}$$

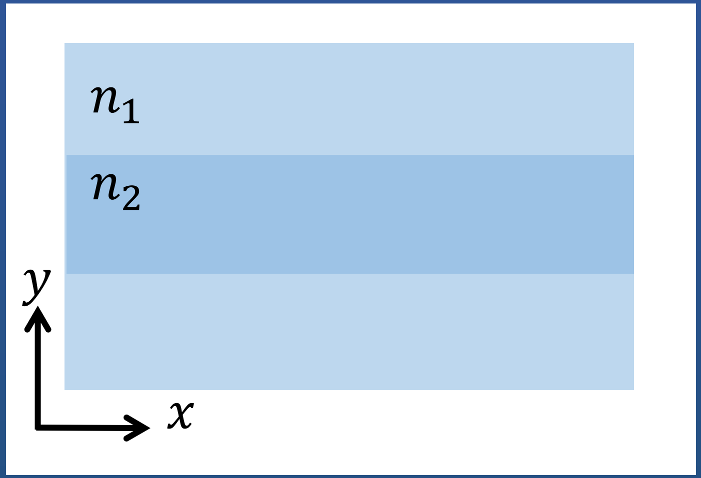
で？何がやりたいのか

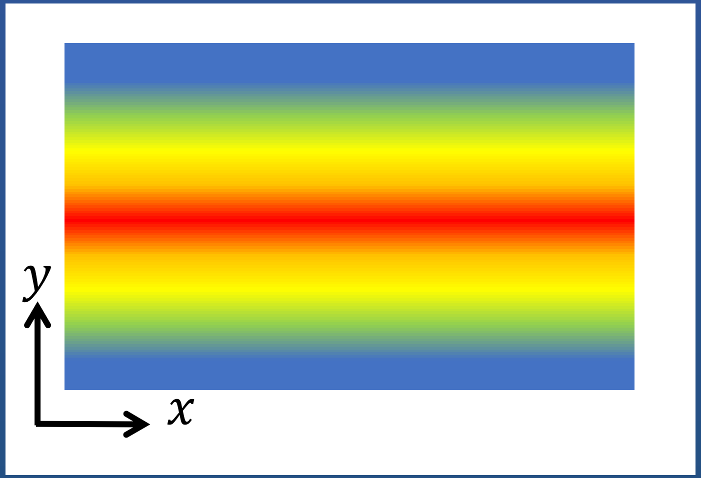
屈折率分布$\varepsilon(x,y,z)$から$\boldsymbol{E}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y},\boldsymbol{z})$が求まる → **設計・解析で使える!**

$$n^2 = \varepsilon_r$$
$$\varepsilon = \varepsilon_r\varepsilon_0$$

マクスウェルの式

$$\nabla \times \boldsymbol{E} = -j\omega\mu_0\boldsymbol{H}$$
$$\nabla \times \boldsymbol{H} = j\omega\boxed{\varepsilon}\boldsymbol{E}$$





TE波について考えることにする(さらに単純化)

TE波(Transverse Electric)は横方向(y方向)のみ大きさを持つ波

$$\boxed{E_x = E_z = H_y = 0}$$

$$k_0 n = \omega\sqrt{\varepsilon_r \varepsilon_0 \mu_0}$$

マクスウェルの式

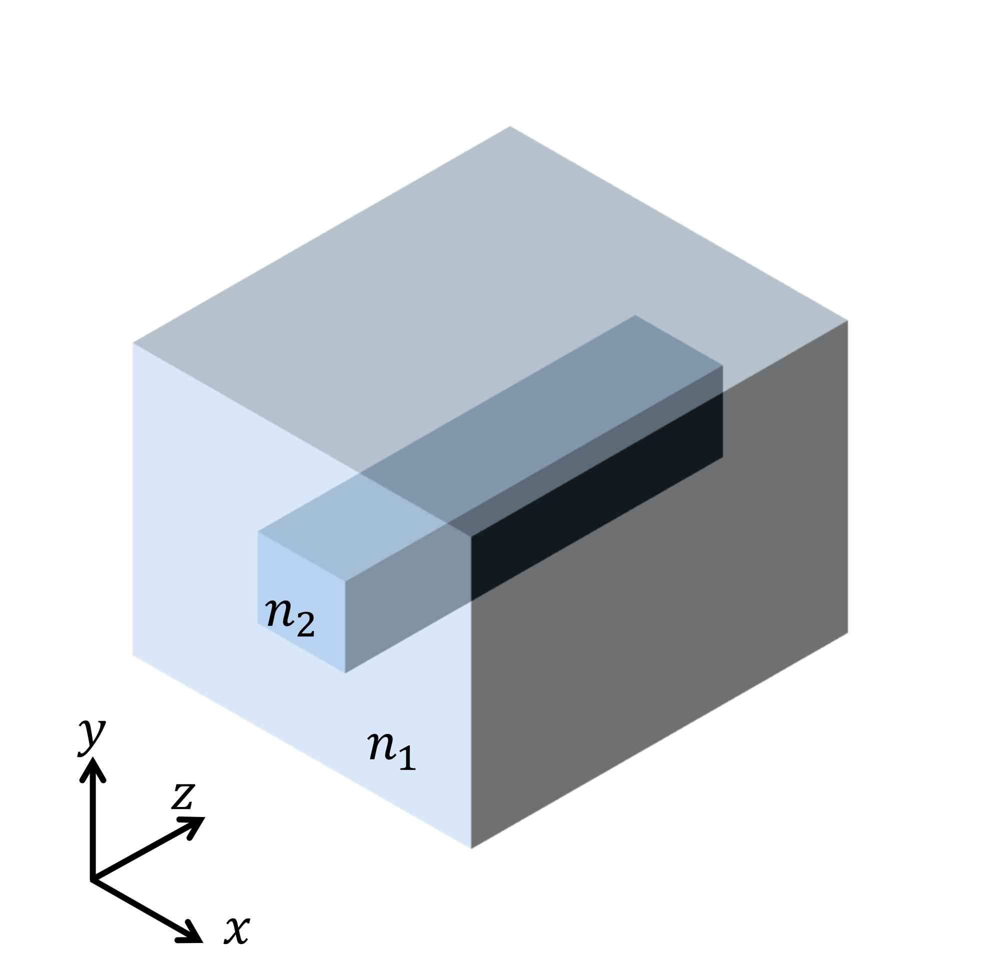
$$\nabla \times \boldsymbol{E} = -j\omega\mu_0 \boldsymbol{H}$$
$$\nabla \times \boldsymbol{H} = j\omega\varepsilon \boldsymbol{E}$$

⇒

TE波の式

$$\frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E_y}{\partial z^2} + k_0^2 n^2 E_y = 0$$
$$H_x = \frac{1}{j\omega\mu_0}\frac{\partial E_y}{\partial z}$$
$$H_z = \frac{-1}{j\omega\mu_0}\frac{\partial E_y}{\partial x}$$

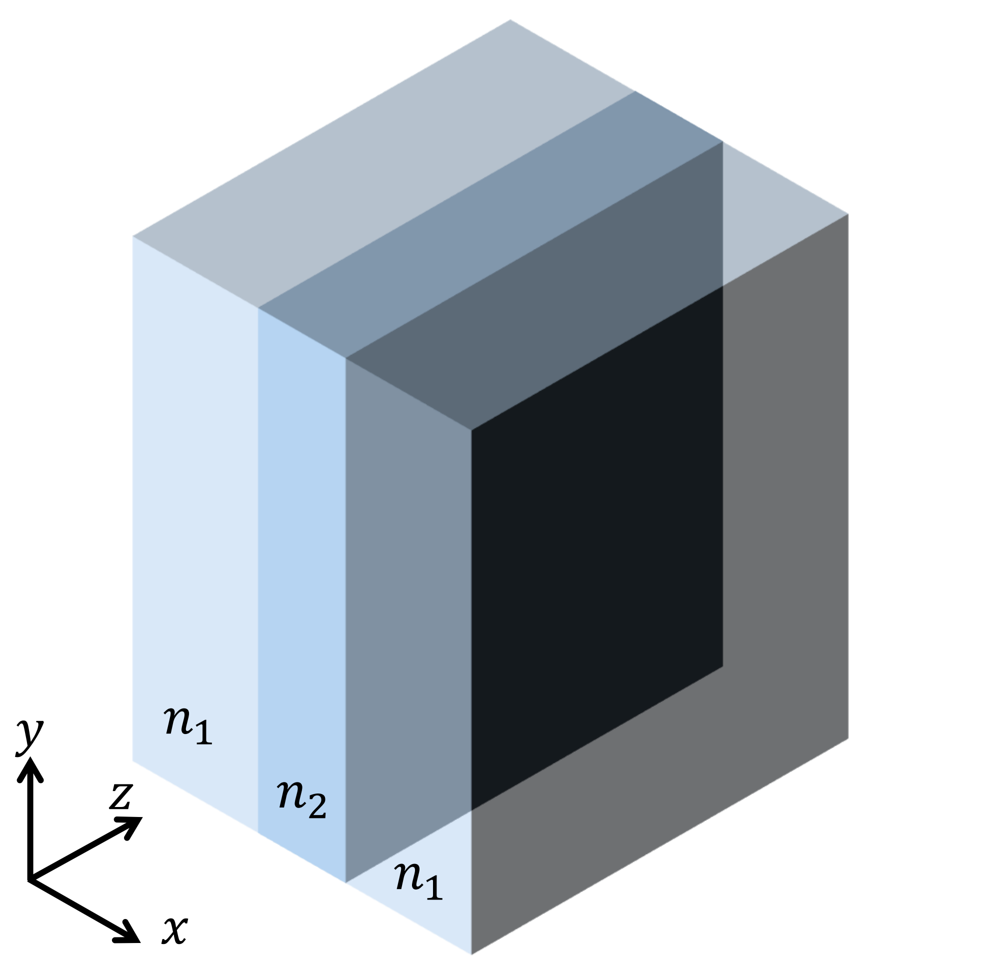
具体的な計算(スラブ導波路)



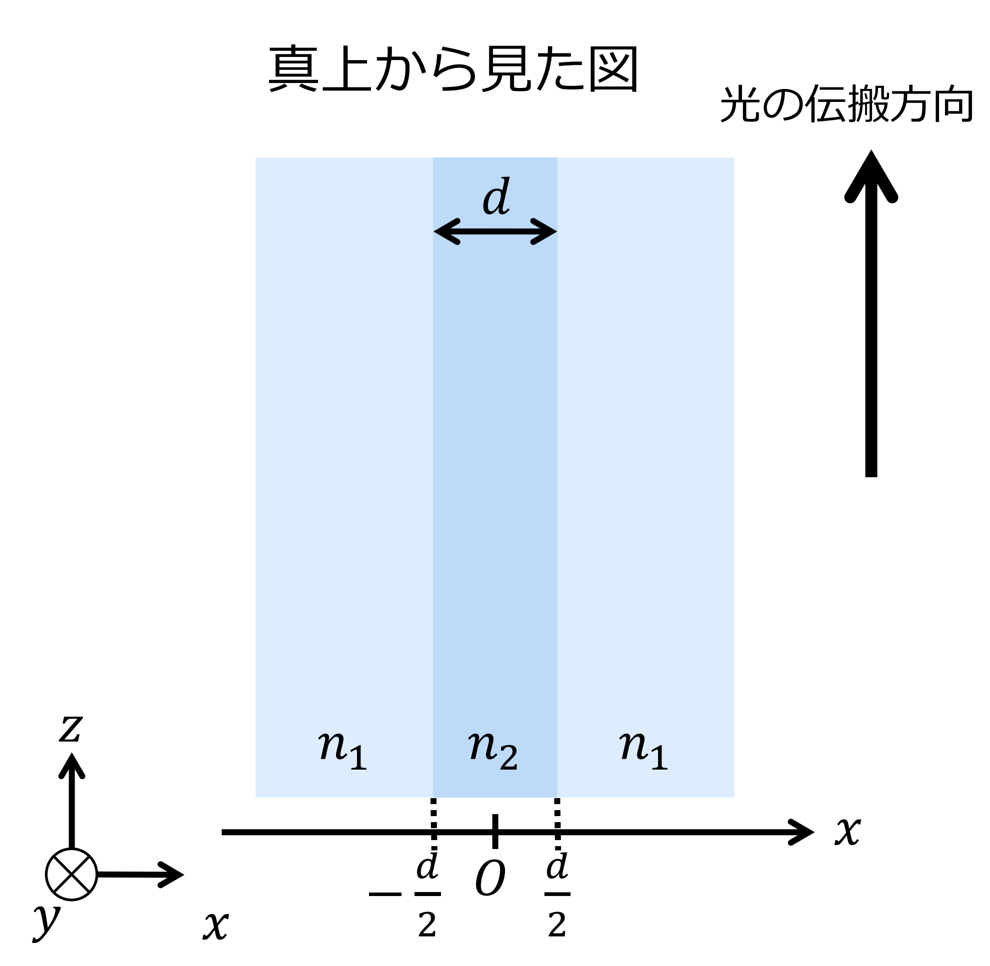
$$\frac{\partial}{\partial y} = 0$$

y方向に
依存しない

スラブ導波路
近似



具体的な計算(スラブ導波路)



TE波の式

$$\frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E_y}{\partial z^2} + k_0^2 n^2 E_y = 0$$

$$E_y(x,z) = \phi(x) e^{-j\beta z}$$

xとzの関数に変数分離できる解を考える

$$\boxed{\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + (k_0^2 n^2 - \beta^2)\phi = 0 \quad (*)}$$

ϕについての偏微分方程式を解けばよい

$-\frac{d}{2} < x < \frac{d}{2}$ のコア内部

$(*) \Leftrightarrow$

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \chi_1^2 \phi = 0$$

$\chi_1^2 = k_0^2 n_2^2 - \beta^2 > 0$

$\phi = A\cos(\chi_1 x) + B\sin(\chi_1 x)$

$x < -\frac{d}{2},\ \frac{d}{2} < x$ のクラッド内部

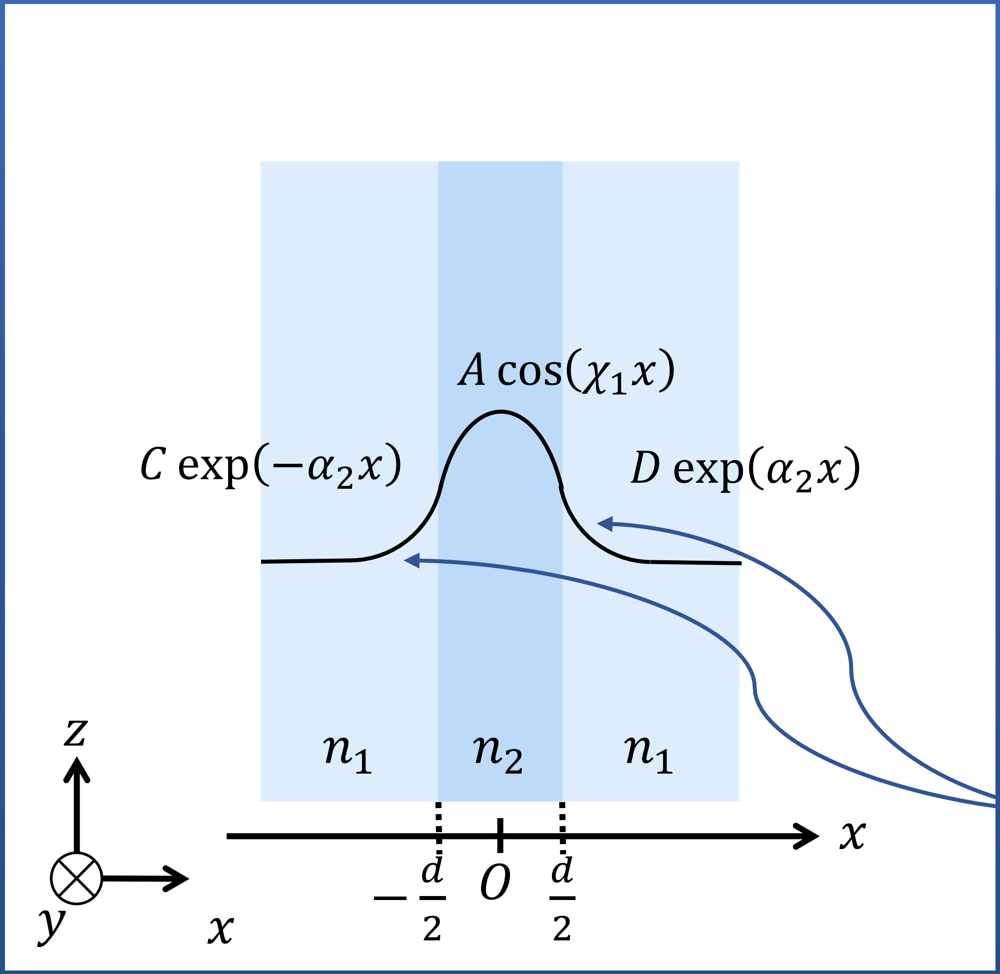
$(*) \Leftrightarrow$

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \alpha^2 \phi = 0$$

$\alpha_2^2 = \beta^2 - k_0^2 n_1^2 > 0$

$\phi = C\exp(-\alpha_2 x) + D\exp(\alpha_2 x)$

モード計算結果の例



$$E_y = \begin{cases} C\exp(-\alpha_2 x)\, e^{-j\beta z} \cdots \left(-\frac{d}{2} < x\right) \\ A\cos(\chi_1 x)\, e^{-j\beta z} \cdots \left(-\frac{d}{2} < x < \frac{d}{2}\right) \\ D\exp(\alpha_2 x)\, e^{-j\beta z} \cdots \left(x < \frac{d}{2}\right) \end{cases}$$

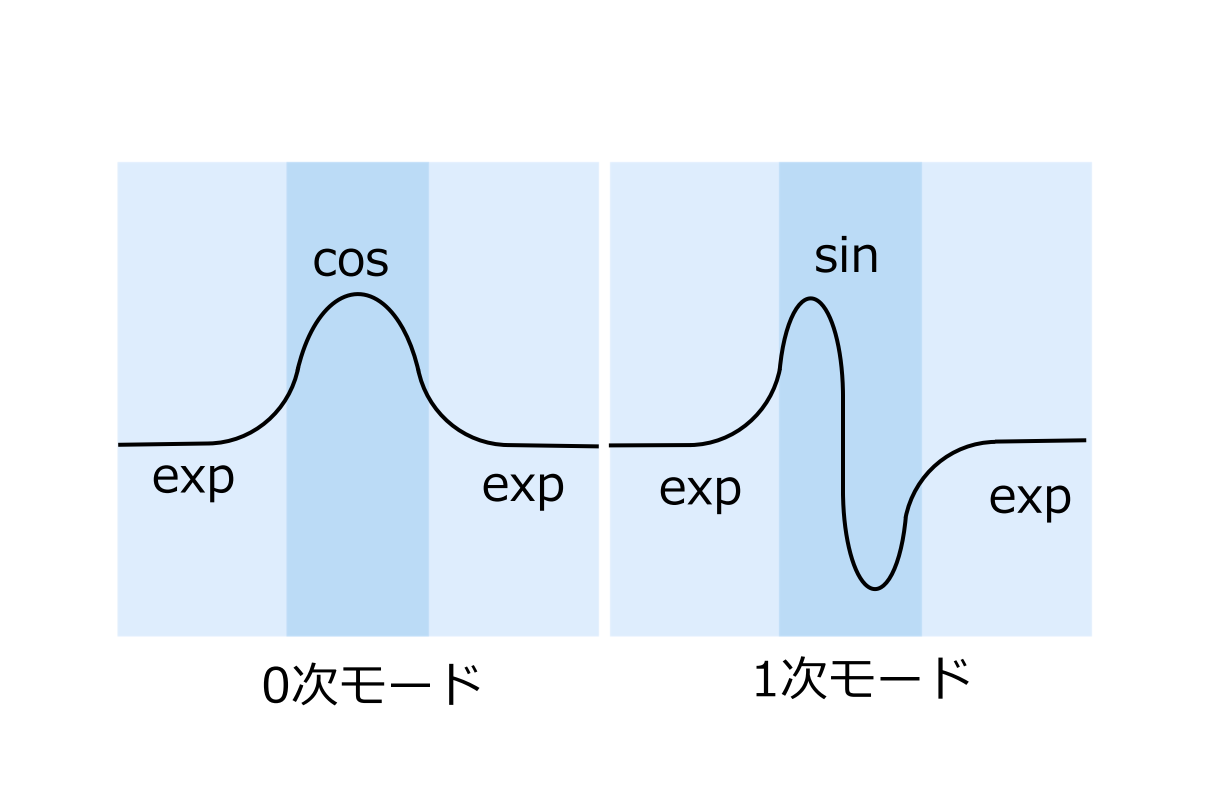
境界(x=±d/2)で電界が連続等の条件でA,C,Dが決まる

光(電界)はクラッドにしみだしている

他のモード(実は他の解も存在する)

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + (k_0^2 n^2 - \beta^2)\phi = 0 \quad (*)$$

βの固有値問題



nやdによって解の数が決定される

屈折率分布によって解の数やモード形状が決定される

モードと幾何光学の対応について

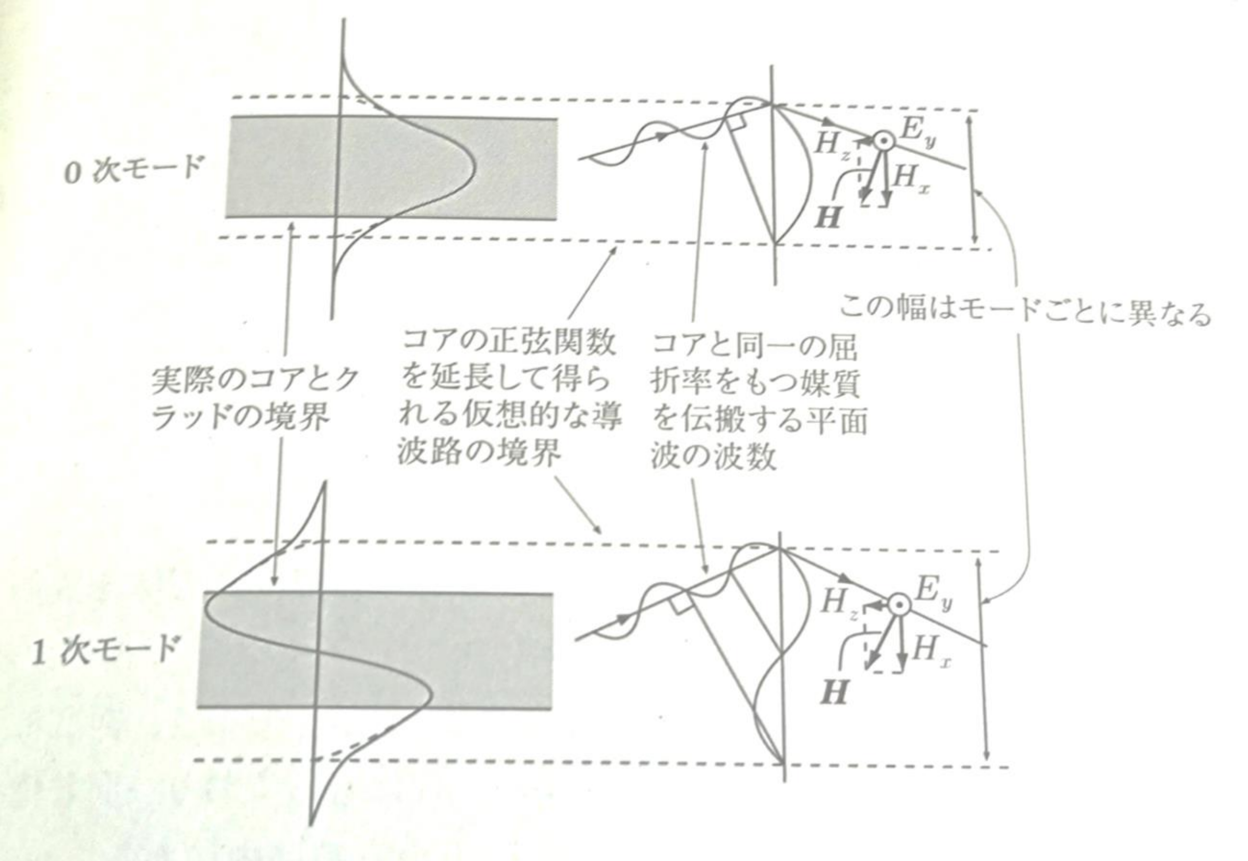


図 2.7　モードの幾何光学的な解釈

山内潤治・薮哲郎 (2007) 『光導波路解析入門』森北出版

で、モードが分かると何が嬉しいのか

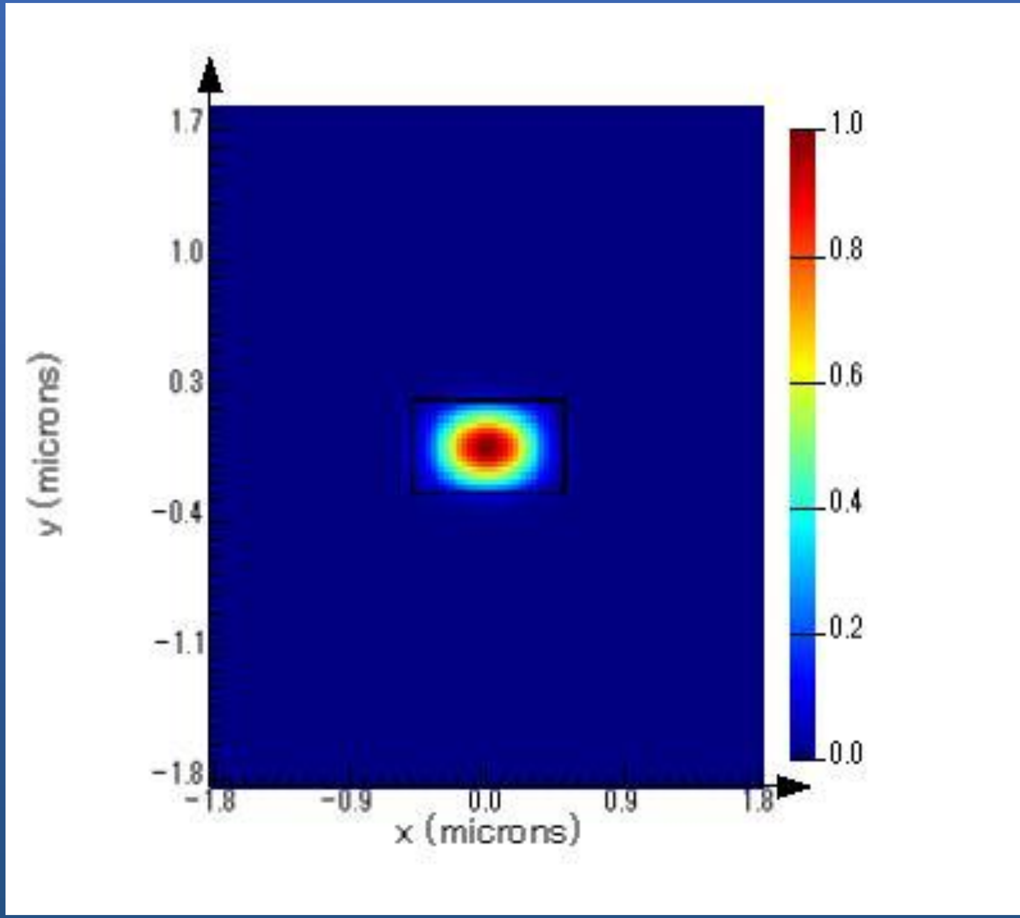
いままでの説明は一番単純な光導波路構造の解析

シングルモードの導波路にしたい　マルチモードにしたい etc

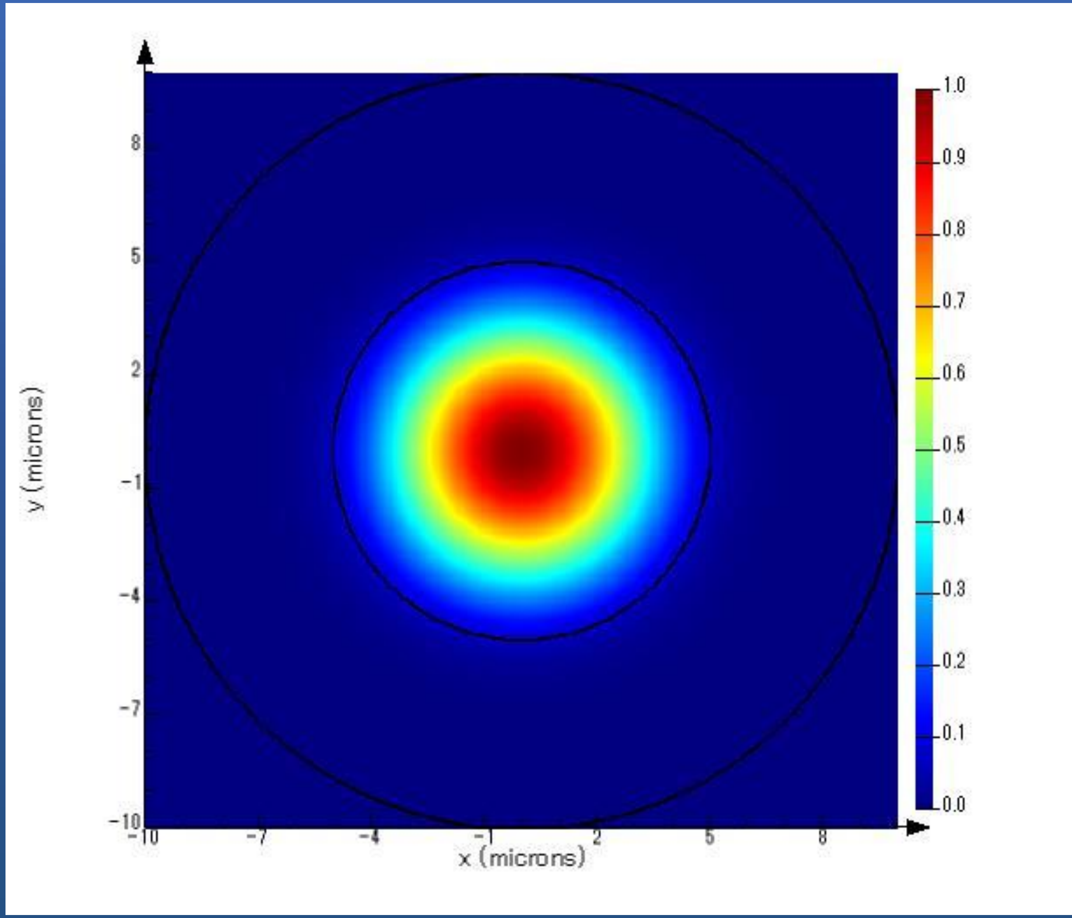
方向性結合器　MMI(マルチモード干渉計) 等の設計 etc

いくつかのモードをうまいこと干渉させたりする素子

実際の設計では？



1.7
1.0
0.3
-0.4
-1.1
-1.8
y (microns)
-1.8
-0.9
0.0
0.9
1.8
x (microns)
1.0
0.8
0.6
0.4
0.2
0.0



8
5
2
-1
-4
-7
-10
y (microns)
-10
-7
-4
-1
2
5
8
x (microns)
1.0
0.9
0.8
0.7
0.6
0.5
0.4
0.3
0.2
0.1
0.0

まとめ

- 光ファイバーの全反射を使った説明は幾何光学的な説明である
- マクスウェル方程式からいくつかの条件を加えることで
単一周波数の光を表すマクスウェルの式が導かれる
  - 空間内の屈折率分布によってその空間の電界分布が決定
- マクスウェルの式に導波路の屈折率分布に適応すると微分方程式の解として
いくつかのモードが現れる
- モードの計算により基本的な光導波路特性が分かる
- 実際の解析では計算機で解かれる

参考
山内潤治・薮哲郎 (2007) 『光導波路解析入門』森北出版